

**BAKTAY ERVIN GIMNÁZIUM**

2330 Dunaharaszti, Baktay tér 1.

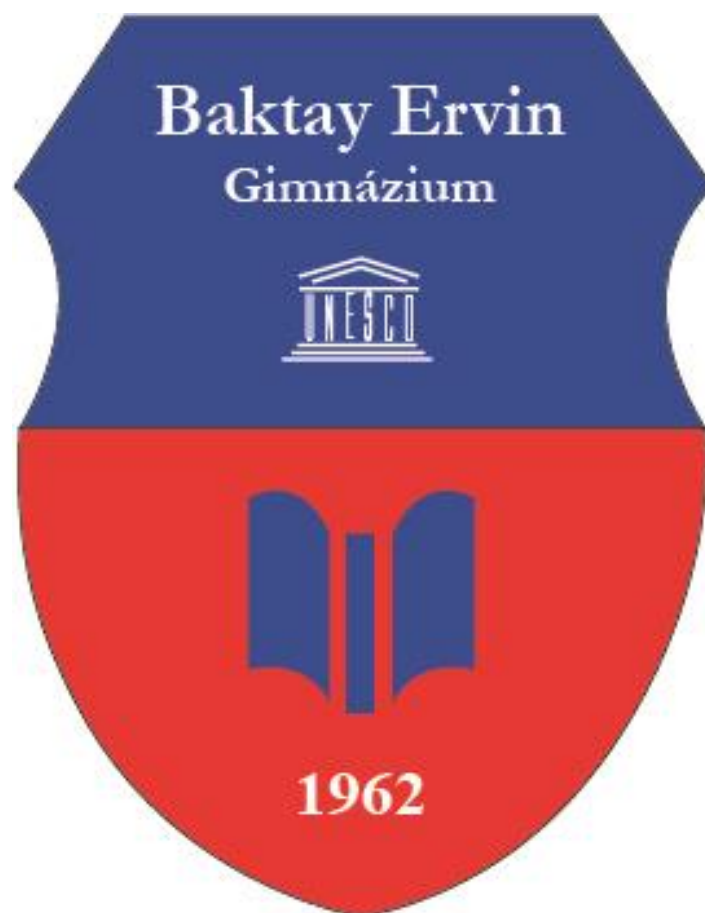
Tel: +36-24/370-324

Honlap: [www.baktayg.hu](http://www.baktayg.hu)



**unesco**

Társult Iskolák Hálózat  
Tagja



**A BAKTAY ERVIN GIMNÁZIUM  
HELYI TANTERVE  
NAT 2020**

**MATEMATIKA**

**7-12. ÉVFOLYAM**

## TARTALOMJEGYZÉK:

Alapelvek, célok.....	7
Matematika 7. évfolyam .....	9
Halmazok, számhalmazok .....	10
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök.....	11
Arányosság, százalékszámítás .....	12
Szöveges feladatok előkészítése.....	13
A függvény fogalmának előkészítése .....	14
Síkbeli alakzatok .....	15
Transzformációk, szerkesztések .....	16
Leíró statisztika.....	17
Valószínűség-számítás .....	18
Tovább haladás feltételei az évfolyamon .....	19
Matematika 8. évfolyam .....	20
Halmazok, számhalmazok .....	20
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok.....	21
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök.....	22
Szöveges feladatok.....	23
A függvény fogalmának előkészítése .....	24
Transzformációk, szerkesztések .....	24
Térgeometria.....	25
Leíró statisztika.....	26
Valószínűség-számítás.....	27
Tovább haladás feltételei az évfolyamon .....	28
Matematika 9.Ny évfolyam .....	29
Számhalmazok, alpműveletek ismétlése .....	30
Számelméleti ismeretek, hatványozás ismétlése .....	31
Arányosság, százalékszámítás ismétlése .....	32
Egyszerűbb egyenletek ismétlése.....	33
Szöveges feladatok.....	34
Függvények ismétlése .....	35
Síkbeli alakzatok ismétlése .....	36
Transzformációk, szerkesztések ismétlése .....	37

A továbbhaladás feltételei az évfolyamon .....	38
Matematika 9. évfolyam .....	39
Halmazok.....	41
Matematikai logika.....	42
Számhalmazok, műveletek .....	43
Hatvány, gyök.....	44
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során .....	45
Arányosság, százalékszámítás .....	45
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek .....	46
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok.....	47
Geometriai alapismeretek.....	48
Háromszögek.....	49
Leíró statisztika.....	50
Továbbhaladás feltételei az évfolyamon .....	51
Matematika 10. évfolyam .....	52
Matematikai logika.....	54
Kombinatorika, gráfok.....	55
Hatvány, gyök.....	56
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során .....	56
Arányosság, százalékszámítás .....	57
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek .....	57
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek .....	58
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok.....	59
Geometriai alapismeretek.....	60
Háromszögek.....	61
Négyszögek, sokszögek .....	61
A kör és részei .....	62
Transzformációk, szerkesztések .....	63
Leíró statisztika.....	65
Valószínűség-számítás.....	65
Továbbhaladás feltételei az évfolyamon .....	66
Matematika 10. évfolyam – emelt szint („Kisfakt”).....	68
2. Számelmélet, algebra .....	69
3. Függvények, az analízis elemei .....	70

4. Geometria, koordinátagometria, trigonometria.....	71
A továbbhaladás feltételei az évfolyamon .....	72
Matematika 11. évfolyam .....	73
Kombinatorika, gráfok.....	75
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése.....	75
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus .....	77
Exponenciális folyamatok vizsgálata .....	78
Trigonometria.....	79
Koordinátagometria .....	80
Leíró statisztika.....	81
Évfolyamdolgozatra való felkészítés, rendszerező összefoglalás.....	82
A továbbhaladás feltételei az évfolyamon .....	82
Matematika 11. évfolyam – emelt szint .....	84
Kombinatorika, gráfok.....	86
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése.....	87
Hatvány, gyök, logaritmus, exponenciális és logaritmus függvény.....	89
Exponenciális folyamatok vizsgálata .....	90
Trigonometria.....	91
Koordinátagometria .....	93
Leíró statisztika.....	95
Sorozatok, sorok, határérték számítás .....	96
A továbbhaladás feltételei az évfolyamon .....	97
Matematika 12. évfolyam .....	99
Halmazok, matematikai logika .....	100
Sorozatok .....	101
Térgeometria.....	102
Valószínűség-számítás.....	103
Rendszerező összefoglalás .....	104
A továbbhaladás feltételei az évfolyamon .....	105
Matematika 12. évfolyam – emelt szint .....	107
Halmazok, matematikai logika .....	109
Folytonosság, differenciálszámítás.....	109
Integrálszámítás .....	111
Térgeometria, geometriai bizonyítások.....	112

Valószínűség-számítás.....	114
Rendszerező összefoglalás .....	115
A továbbhaladás feltételei az évfolyamon .....	115

A tanterv a 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról (Hatályos: 2020.02.08 –tól ) szóló jogszabály [http://njt.hu/cgi\\_bin/njt\\_doc.cgi?docid=149257.379238](http://njt.hu/cgi_bin/njt_doc.cgi?docid=149257.379238) (utolsó letöltés 2020.06.23) és a [https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020\\_nat](https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat) (utolsó letöltés 2020.06.23) dokumentumai alapján, valamint a 2020-as NAT-hoz illeszkedő érettségi vizsgakövetelmények ([https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakövetelmények2024/matematika\\_2024\\_e.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakövetelmények2024/matematika_2024_e.pdf), utolsó letöltés 2022.08.28.) alapján készült.

## ALAPELVEK, CÉLOK

A matematika tanulásának legfontosabb célja, hogy a tanuló:

- megtapasztalja a matematika értékeit, hasznosságát, szépségét;
- megismerje a matematikai gondolkodás természetét és a matematika alapvető sajátosságait;
- fejlessze a szövegértését, a szövegalkotó és absztrakciós képességét a matematika nyelvén és szimbólumainak szóbeli és írásbeli alkalmazása során;
- fejlessze a számolási készségét, a modellezési, a problémamegoldó és döntési képességét;
- fejlessze a logikus, pontos, kreatív, mérlegelő, stratégiai és rendszerező gondolkodását;
- alkalmazható tudásra tegyen szert.

A matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfőbb feladat a közép fokú képzés évfolyamain a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A középiskolai évfolyamokon a spirális felépítésnek megfelelően – a meglévő készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – fokozatosan, egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az alapfokú képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege, de az új fogalmakat, ismereteket továbbra is szemléltetéssel, tapasztalással, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása, valamint tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a szintetizáló és modellalkotó képesség. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának készségeit, a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. A matematika tanulásának-tanításának egyik célja, hogy

fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek rendszere.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, új műveletek bevezetésére kerül sor a permanenciaelv alapján, a tanuló egyre inkább képes lesz szimbólumokkal műveleteket végezni.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének megfelelő alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére.

Ebben az életkorban is érvényesül a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálás. Ez jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmak lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló számoló- és számítógépet, a tanulást és szemléltetést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg.



## MATEMATIKA 7. ÉVFOLYAM

A hat évfolyamos gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A korábbinál nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

Továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: **Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök; Arányosság, százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése, Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

**A 7. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja: 36 óra.**

Heti óraszám	3
Éves óraszám	108

#### A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	6
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	10
Arányosság, százalékszámítás	18
Szöveges feladatok előkészítése	18
A függvény fogalmának előkészítése	6
Síkbeli alakzatok	24
Transzformációk, szerkesztések	12
Leíró statisztika	4
Valószínűség-számítás	4
Rendszerező összefoglalás	6
<b>Összes óraszám:</b>	108

## Halmazok, számhalmazok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tudja, hogy felírhatók véges, illetve végtelen szakaszos tizedestört alakban;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint;
- Halmazábra készítése;
- véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben;
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése;
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete;

### FOGALMAK

metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos tizedes tört, alaphalmaz

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint;

- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése;
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók;
- Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán;
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása;
- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből;
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása véges, illetve végtelen szakaszos tizedestörtté; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése;
- Játék makaró jellegű kártyával: törtek különböző alakjainak keresése;

## Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül;
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben;
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása;
- Relatív prímelek felismerése;
- Műveletek végzése hatványokkal;

### FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, relatív prímelek

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímelek keresésére;

- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal;
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása;
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére;
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel;
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére;
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására;
- „Bumm” játék a relatív prímelek felismerésére;
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak megfigyelése a mértékváltásnál;
- Dominó hatványokkal végzett műveletekhez;

## Arányosság, százalékszámítás

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben;
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása;
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom;
- Banki ajánlatok (ügyműveletdíjak, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása;
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése;
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása;

### FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei  
aránypár, arányos osztás

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén,
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén;
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése;
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése;
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel;
- Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges;
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után;
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal;
- **Arányos osztásra vonatkozó ismert „furfangos” feladatok bemutatása, hasonló feladatok készítése önállóan;**

### Szöveges feladatok előkészítése

**JAVASOLT MINIMUM ÓRASZÁM: 18 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold;

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére;
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása;
- Helyettesítési érték számolása;
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása;
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása;
- Két tagból közös számtényező kiemelése;

- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással;
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel;
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel;

## FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv  
azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása;
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása;
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása;
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása;
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával;
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldási algoritmusának bemutatása kétkarú mérleg alkalmazásával;

## A függvény fogalmának előkészítése

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása;
- Egyszerű grafikonok (lineáris függvény) jellemzése: értelmezési tartomány, értékkeszlet, zérushely, növekedés – csökkenés tengelyekkel való metszéspont;
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása;
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása;
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben;
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása;

## FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monoton növekedés, monoton csökkenés,

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság, mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

## Síkbeli alakzatok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 24 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege;
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra;
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások;
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete;

- Ismerkedés a háromszög néhány nevezetes vonalával: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal;
- Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján;
- Pitagoraszói számhármások;

## FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása;
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése;
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása;
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel;
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása;
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása;
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása;
- Derékszög kijelölése csomós kötéllal;
- Pitagoraszói számhármások keresése;
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren;
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén;
- A háromszög oldalfelező merőlegeseinek, szögfelezőinek, magasságvonalainak megszerkesztésével sejtések megfogalmazása a nevezetes pontokról és azok elhelyezkedéséről;
- Csoportmunka, projekt készítése a szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak bemutatására;
- Matematikatörténeti kutatómunka a pitagoraszói számhármásokról;

## Transzformációk, szerkesztések

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra**

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;



- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel;

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása;
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben;
- Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése;
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése;
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió;
- Dinamikus geometriai szoftver használata;

#### FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, tengelyesen szimmetrikus alakzatok, középpontosan szimmetrikus alakzatok

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása  $180^\circ$ -kal; tulajdonságok megfigyelése;
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása;
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó);
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése;
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel;

## Leíró statisztika

#### JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol (oszlopdigram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) hagyományos eszközökkel;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középso adatot (medián), és a terjedelmet;

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése;

- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon;
- Konkrét adatsor átlagának kiszámítása;
- Konkrét adatsor terjedelmének kiszámítása,
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása;
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása,

#### FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában;
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása);

## Valószínűségszámítás

#### JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát;

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is;
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál;
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során;

#### FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal;
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogytak a zsetonok;

## Tovább haladás feltételei az évfolyamon

Tudjon megadott tulajdonságú elemeket halmazokba rendezni. Tudja képezni két halmaz metszetét, unióját képezni. Tudja alkalmazni a logikai szita formulát egyszerűbb szöveges feladatokra.

Biztos számolási ismeretekkel rendelkezzen a racionális számkörben. (A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.) Mérés, mértékegység használata, átváltás.

Ismerje az egyenes és a fordított arányosságot, a százalékszámítás alapfogalmait, azok egyszerűbb alkalmazásait.

Ismerje a prímszám, összetett szám fogalmát a prímtényező felbontást. Tudjon elvégezni egyszerű műveleteket algebrai egész kifejezésekkel, hatványozást pozitív egész kitevők esetén.

Tudjon elsőfokú egyenletet és egyenlőtlenséget megoldani. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Tudjon egyenletet, egyenlőtlenséget ellenőrizni. Az egyenlőtlenség megoldását tudja ábrázolni számegyenesen.

Tudjon függvény helyettesítési értéket számolni, értéktáblázatot kitölteni, a megfelelő szám-párokat koordináta rendszerben ábrázolni. Tudjon lineáris függvényt jellemezni a tanult szempontok szerint.

Tudjon grafikonokat (oszlopdiagram, kördiagram) készíteni. Táblázatok adatait kiolvasni, értelmezni és ábrázolni különböző típusú grafikonon. Tudjon egy konkrét adathalmaz esetén átlagot, móduszt, mediánt, terjedelmet számolni.

Tudjon jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni, (tengelyes és középpontos tükörkép). Ismerje a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait.

Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.

Ismerje és tudja alkalmazni a pitagorasz tételt egyszerűbb feladatokban.

Ismerje a gyakoriság fogalmát. Tudjon egyszerű (pénzermés, dobókockás) feladatoknál a dobások valószínűségét meghatározni.

# MATEMATIKA 8. ÉVFOLYAM

A 8. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 108 óra.

Heti óraszám	3
Éves óraszám	108

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	6
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	16
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	12
Szöveges feladatok	20
A függvény fogalmának előkészítése	6
Transzformációk, szerkesztések	6
Térgeometria	20
Leíró statisztika	8
Valószínűség-számítás	8
Rendszerező összefoglalás	6
<b>Összes óraszám:</b>	<b>108</b>

## Halmazok, számhalmazok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), két halmaz különbségét ábrázolja és képezi;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen;
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben;
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének);
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre;
- Intervallumok szemléltetése számegyenesen;
- Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben;
- Véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben;

### FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer) racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

alaphalmaz, halmazok különbsége, intervallum

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése;
- Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás;
- Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például  $A = \{\text{paralelogrammák}\}$  halmaz részhalmaza  $B = \{\text{rombuszok}\}$ , nem részhalmaza  $C = \{\text{deltoidok}\}$ ;
- Csoportmunkában különböző közösleges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tízeses tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése;
- Számhalmazok megjelenítése relációkkal, intervallum jelöléssel és számegegyenesen;
- Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz számának meghatározása; kitekintés az általánosítás felé;
- Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek és a különbség művelet kapcsolatának bemutatása a halmazábrán;

### Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével;

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása;
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata;
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok;
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is;
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül;
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás;
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére;

## FOGALMAK

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle  
„ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás” játék;
- „Einstein-fejtörő” típusú játék;
- „Rontó” játék;
- NIM játék; táblás játékok;
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett;
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is);
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása;
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása;
- Fagyalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe;
- Számkártyás feladatok megoldása;
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére;
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal;

## Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra**

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza;

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása;
- Műveletek végzése hatványokkal;
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása;
- Pozitív egész számok négyzetgyökének észszerű pontossággal való megadása számológéppel;

## FOGALMAK

hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke, pozitív egész számok négyzetgyöke

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel;
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám;
- Dominó hatványokkal végzett műveletekhez;
- Ismerkedés a zsebszámológép hatvány és négyzetgyök funkciójával;

## Szöveges feladatok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása);
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel;
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel;
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása;
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése;

### FOGALMAK

ellenőrzés

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával;
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
- a költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
- egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások;

## A függvény fogalmának előkészítése

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri a másodfokú függvény grafikonját;
- megalkotja a másodfokú függvény grafikonját;

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- bonyolultabb grafikonokat jellemez;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú és abszolútérték függvény grafikonok jellemzése: értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont;
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása;
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása;

### FOGALMAK

megfeleltetés; grafikon, szélsőérték

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése;
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal;
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése;
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése;

## Transzformációk, szerkesztések

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése;



- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió;
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben;
- Szakaszok arányos osztása;
- Háromszögek hasonlósága;
- Hasonló síkidomok kerületének, területének aránya;
- Dinamikus geometriai szoftver használata;

## FOGALMAK

hasonlósági transzformáció, középpontos hasonlóság, kicsinyítés, nagyítás

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító;
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel;

## Térgeometria

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket meg-alapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése;
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- Testek hálójának készítése;
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai;

- A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek;
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással;
- Ismerkedés a forgáshengerrel és a forgáskúppal;

### FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság  
forgáshenger, forgáskúp

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása);
- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése;
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben;
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata;
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján;
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból;
- Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson;
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása;
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás);
- Forgástestek származtatása „zászlós” modellel; a forgáshenger és a forgáskúp kiválasztása;
- Gyűjtőmunka: forgástestek a környezetünkben;

## Leíró statisztika

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;

- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja;

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak,
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint;
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása;
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása;

#### FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása);
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában;

## Valószínűség-számítás

#### JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál

#### FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-esés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

#### Tovább haladás feltételei az évfolyamon

Konkrét feladatok kapcsán tud megoldani egyszerűbb kombinatorikai feladatokat az összes eset szisztematikus összeszámolásával, érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt. Képes a valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzésére, relatív gyakoriságok kiszámítására.

Biztos számolási ismeretekkel rendelkezzen a racionális számkörben. (A műveleti sorrendre, zárójelre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.) Mérés, mértékegység használata, átváltás.

Tudjon elvégezni egyszerű műveleteket algebrai egész kifejezésekkel, (többtagú betűkifejezések szorzása, matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában) négyzetre emelést, hatványozást, négyzetgyökvonást pozitív egész kitevők esetén.

Tudjon elsőfokú egyenletet és egyenlőtlenséget megoldani. Tudjon matematikából és a mindennapi életből vett szöveges feladatot megoldani egyenlettel. Tudjon egyenletet, egyenlőtlenséget ellenőrizni. Az egyenlőtlenség megoldását tudja ábrázolni számegeyenesen.

Tudjon grafikonokat (oszlopdiaagram, kördiagram) elemezni, készíteni. Táblázatok adatait kiolvasni, értelmezni, ábrázolni különböző típusú grafikonon. Tudjon egy konkrét adathalmaz esetén átlagot, móduszt, mediánt, terjedelmet számolni.

Ismerje a másodfokú, és az abszolútérték ábrázolását és jellemzését.

Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben. Kicsinyítés és nagyítás alkalmazása szerkesztési feladatokban.

A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, űrmértékét.

## MATEMATIKA 9.NY ÉVFOLYAM

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában.

A nyelvi évfolyam matematika oktatásának célja a tanulók általános iskolai tudásának egységes szintre hozása, az ismeretek szinten tartása.

Heti óraszám	3
Éves óraszám	108

Témakör neve	Óraszám
Számhalmazok, alpműveletek	10
Számelméleti ismeretek, hatványozás	10
Arányosság, százalékszámítás	8
Egyszerűbb egyenletek	8
Szöveges feladatok	8
Függvények	8
Síkbeli alakzatok	5
Transzformációk, szerkesztések	7
Ismétlésre, számonkérésre	8
<b>Összes óraszám: 36x2</b>	72

## Számhalmazok, alpműveletek ismételése

**ÓRASZÁM: 10 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- meghatározza konkrét számok reciprokát
- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alpműveletek elvégzése a közönséges törtek, vegyes törtek, tizedes törtek körében
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása

- Kapott eredmény ellenőrzése

## FOGALMAK

közös nevező, reciprok, kerekítés

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

## Számelméleti ismeretek, hatványozás ismételése

ÓRASZÁM: 10 ÓRA

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

## FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám,

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása



- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkal
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására

## Arányosság, százalékszámítás ismételése

**ÓRASZÁM: 8 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletdíjak, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

### FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása



- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel  
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üregek kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

## Egyszerűbb egyenletek ismételése

**ÓRASZÁM: 8 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kétagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kétagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

### FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kétagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

## Szöveges feladatok

**ÓRASZÁM: 8 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

### FOGALMAK

ellenőrzés

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet,

hiány;

Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

## Függvények ismételése

**ÓRASZÁM: 8 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

### FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

## Síkbeli alakzatok ismételése

**ÓRASZÁM: 5 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

### FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Párhuzamos szelű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapról négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása

- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllel
- Pitagoraszai számhármak keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

## Transzformációk, szerkesztések ismétlése

**ÓRASZÁM: 7 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

### FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása  $180^\circ$ -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító

- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

### A továbbhaladás feltételei az évfolyamon

- Biztos számolási ismeretekkel rendelkezzen a racionális számkörben. (A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.) Mérés, mértékegység használata, átváltás.
- Tudjon elvégezni egyszerű műveleteket algebrai egész kifejezésekkel, (többtagú betűkifejezések szorzása, matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában) négyzetre emelést, hatványozást, négyzetgyökvonást pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- Ismerjen adott szabály szerinti sorozatokat, azok alkalmazásait egyszerűbb esetekben.
- Tudjon grafikonokat elemezni, készíteni. Táblázatok adatait kiolvasni, értelmezni, ábrázolni különböző típusú grafikonon.
- Ismerje a másodfokú, az abszolútérték, és az arányosságok függvényeit, ábrázolását.
- Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetesen négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.
- Ismerje és tudja alkalmazni a Pitagorasz-tételt.
- Tudja számolni a háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületét, területét.

## MATEMATIKA 9. ÉVFOLYAM

A gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedezettetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a

mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A 9. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző az ismeretek egységes rendszerbe foglalása, a rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló lehetőleg a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában vagy önállóan megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg az elsőfokú egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

**A 9. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám 92 óra, a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetség gondozásra és számonkérésre.**

<b>Heti óraszám</b>	<b>3</b>
<b>Éves óraszám</b>	<b>108</b>



## A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	10
Matematikai logika	3
Számhalmazok, műveletek	8
Hatvány, gyök	8
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	10
Arányosság, százalékszámítás	8
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	14
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	12
Geometriai alapismeretek	4
Háromszögek	10
Leíró statisztika	5
Ismétlés, számonkérés	16
<b>Összes óraszám:</b>	108

## Halmazok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról

## FOGALMAK

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

## Matematikai logika

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 3 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat
- 

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

## FOGALMAK

igaz-hamis; „nem”

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására

## Számhalmazok, műveletek

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőes tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közös nevezőes tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokjának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

#### FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprokok

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával

- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

## Hatvány, gyök

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát;

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével
- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével

### FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

## Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az  $(a + b)^2$ , az  $(a - b)^2$  és az  $(a + b)(a - b)$  kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- Az algebrai tört fogalmának ismerete, műveletek algebrai törtekkel

### FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, polinom, algebrai tört

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „tűkkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének,  $99 \cdot 101$  típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

## Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

## FOGALMAK

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléktér, százalékláb

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységarak és fizetendő összegek figyelembevételével

## Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra**

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.
- 

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével és grafikusán
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
- Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikus úton

## FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

## A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása:  $f(x) + c$ ,  $f(x + c)$ ,  $c \cdot f(x)$ ,  $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján

## FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával

## Geometriai alapismeretek

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.



## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

## FOGALMAK

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, szakaszfelező merőleges, szögfelező

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése

# Háromszögek

## JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- Háromszög területének kiszámítása

## FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában

## Leíró statisztika

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel

#### FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért

## Továbbhaladás feltételei az évfolyamon

Tájékozott a racionális számkörben.

Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.

Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevőre.

Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.

Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.

Biztonsággal végzi a négy alpművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.

Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket

Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.

$\frac{a}{x}$

Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték,  $x$ ) tulajdonságaiban.

Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.

Ismeri a speciális háromszögek tulajdonságait.

Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.

Ismeri a módusz és a medián fogalmát.

Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

## MATEMATIKA 10. ÉVFOLYAM

A matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulóknak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A 10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző az ismeretek egységes rendszerbe foglalása, a rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló lehetőleg a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában vagy önállóan megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg az elsőfokú egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

Szürke háttérrel a középszintű érettségi anyagán túl mutató ismeretek vannak szedve. Ezek feldolgozását a csoport haladási ütemének függvényében, kiegészítő anyagként lehet tervezni.

**A 10. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám 112 óra. A fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra, számonkérésre.**

<b>Heti óraszám</b>	<b>4</b>
<b>Éves óraszám</b>	<b>144</b>

## A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Matematikai logika	7
Kombinatorika, gráfok	12
Hatvány, gyök	6
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	6
Arányosság, százalékszámítás	2
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	8
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	16
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	10
Geometriai alapismeretek	6
Háromszögek	4
Négyszögek, sokszögek	10
A kör és részei	10
Transzformációk, szerkesztések	20
Leíró statisztika	5
Valószínűség-számítás	8
Ismétlés, számonkérés	20
<b>Összes óraszám:</b>	144

## Matematikai logika

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

## FOGALMAK

tétel, bizonyítás, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Mít állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

## Kombinatorika, gráfok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra**

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

## FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása

- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

## Hatvány, gyök

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza az  $n$ -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak kiterjesztése
- Számolás normálalak segítségével
- A négyzetgyök definíciója
- Számok  $n$ -dik gyökének megadása számológép segítségével
- 

### FOGALMAK

$n$ -dik gyök

## Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- teljes négyzetté alakít

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel

### FOGALMAK

teljes négyzet



## Arányosság, százalékszámítás

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 2 óra

- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)

### FOGALMAK

négyzetes arányosság, gyökös arányosság

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével

## Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megold elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- Elsőfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Adott egyenletrendszerhez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

## Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$
- A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete
- Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása
- Egyszerű törtes egyenletek megoldása
- Két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés ismerete, alkalmazása
- Egyszerű másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása

## FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás  
számtani közép, mértani közép

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
- Hétköznapi életből vett és matematikai szélsőérték-problémák megoldása több módszerrel (függvényábrázolással, algebrai átalakítással, számtani-mértani közép segítségével)

## A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvása
- Négyzetgyökfüggvény grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása:  $f(x) + c$ ,  $f(x + c)$ ,  $c \cdot f(x)$ ,  $|f(x)|$
- Egyszerű függvények esetén az  $f(x) = c$  alapján  $x$  meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

## FOGALMAK

kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

## Geometriai alapismeretek

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata

## FOGALMAK

pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

## Háromszögek

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása

### FOGALMAK

oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- A magasságtétel és a befogótétel alkalmazása a nevezetes közepek megszerkesztésére és a köztük fennálló egyenlőségek bizonyítására

## Négyszögek, sokszögek

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

### **FOGALMAK**

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

## **A kör és részei**

### **JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása

## FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok  
ívmérték, radián

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- Trimino alkalmazása a fok és az ívmérték közötti kapcsolat játékos gyakorlására

## Transzformációk, szerkesztések

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoljtát hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
  - A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
  - A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
  - Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
  - Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
  - Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
  - Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
  - Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
  - Négyszögek egybevágósága
  - Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
  - Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
  - A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
  - A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
  - Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

## FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforogató, színezős) páros munkában



- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalesz-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

## Leíró statisztika

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
- A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

### FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

## Valószínűség-számítás

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

### **FOGALMAK**

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmével); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

## **Továbbhaladás feltételei az évfolyamon**

Ismeri és alkalmazza az „és”, „vagy” logikai jelentését; megfogalmazza adott állítás megfordítását; helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.

Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.

Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait

Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében.

Nagy biztonsággal old meg kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.

Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.

Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.

Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.

Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.

Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.

Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, pontjainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.

Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.

Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.

Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.  
Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.  
Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.  
Jól alkalmazza a gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

## MATEMATIKA 10. ÉVFOLYAM – EMELT SZINT („KISFAKT”)

A 10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző az ismeretek egységes rendszerbe foglalása, a rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló lehetőleg a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában vagy önállóan megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg az elsőfokú egyenletrendszer; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a kör és részei. Van olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

Az emelt szintre készülő diákok külön csoportban tanulják a matematikát. Tantervük a 10. évfolyam tantervére épül, azokat a kiegészítő tartalmakat tanulják, amelyek részei az emelt szintű érettségi követelményeknek, de a későbbi évfolyamok anyagának szerves részeként már nem kerülnek elő, valamint a 11-12. évfolyam közép- illetve emeltszintű követelményei közötti jelentős eltérés miatt a 11-12. évfolyam emelt szintű előkészítőjének anyagába nem férnek bele.

A 10. évfolyam emelt szintű előkészítőjén heti egy órában a középszintű anyagot nem tanulják, hanem az arra épülő kiegészítéseket, nehezebb, összetettebb, elvontabb tartalmakat veszik sorra.

A 10. évfolyam emelt szintű előkészítője nem előfeltétele a 11-12. évfolyamos emelt szintű előkészítő foglalkozásra való jelentkezésnek, de a tanulónak számítani kell arra, hogy a szaktanár által biztosított tananyagok és útmutatás alapján, tanári segítséggel, de nagyrészt önállóan kell feldolgozni a 10. évfolyam előkészítőjének tananyagát, amennyiben nem vesz részt az előkészítő foglalkozáson.

<b>Heti óraszám</b>	<b>1</b>
<b>Éves óraszám</b>	<b>36</b>

## A témakörök áttekintő táblázata:

Érettségi téma sor- száma	Témakör neve	Óraszám
2.	Számelmélet, algebra	12
3.	Függvények, az analízis elemei	8
4	Geometria, koordinátageometria, trigonometria	20
	Összes óraszám: 36x1	36

A témák és tartalmak kiválasztása a hivatalosan kiadott emelt szintű vizsga követelményei alapján történt.

### 2. Számelmélet, algebra

TÉMÁK	ELVÁRÁSOK
2.1 Alapműveletek	Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).
2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	Tudja megfogalmazni a számelmélet alaptételét. Bizonyítsa, hogy végtelen sok prímszám van.
2.2.1 Oszthatóság	Tudjon összetett oszthatósági feladatokat megoldani. Tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát.
2.2.2 Számrendszerek	Tudjon $n$ alapú ( $n \leq 9$ ) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni.
2.4 Valós számok	Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon.
2.8.1. Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek	Tudjon értelmezési tartomány, illetve értékkeszlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatokat megoldani.
2.8.1.1. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek	Tudjon paraméteres elsőfokú egyenleteket megoldani.

	Tudjon elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszereket megoldani.
2.8.1.2. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek	<p>Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét.</p> <p>Igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket.</p> <p>Tudjon másodfokú paraméteres egyenleteket megoldani.</p> <p>Tudjon törtes egyenleteket megoldani.</p> <p>Tudjon egyszerű másodfokú egyenletrendszereket megoldani.</p> <p>Bizonyítsa, hogy , ha <math>a, b \in \mathbb{R}^+</math>.</p> <p>Tudjon megoldani feladatokat számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján.</p>

### 3. Függvények, az analízis elemei

TÉMÁK	ELVÁRÁSOK
3.1 A függvény	<p>Ismerje az alapvető függvénytani fogalmak pontos definícióját.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának a fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát.</p> <p>Ismerje és alkalmazza az inverzfüggvény fogalmát.</p> <p>Ismerje az összetett függvény fogalmát, képzésének módját.</p>
3.2 Egyváltozós valós függvények	<p>Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket: <math>x \mapsto x^n</math> (<math>n \in \mathbb{N}^+</math>), <math>x \mapsto  x </math>, <math>x \mapsto a/x</math>,</p>
3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytranszformációk	<p>Tudja ábrázolni az alapvető függvények (3.2) transzformáltjainak grafikonját (<math>c \cdot f(x+b)+d</math>, illetve <math>c \cdot f(ax)+d</math>).</p>

## 4. Geometria, koordináta geometria, trigonometria

TÉMÁK	ELVÁRÁSOK
4.1 Elemi geometria	Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.
4.1.1 Térelemek	Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.
Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.	Tudja kitérő egyenesek távolságát és hajlásszögét meghatározni.
4.2 Geometriai transzformációk	Ismerje a geometriai transzformációk és a függvények kapcsolatát.
4.2.1 Egybevágósági transzformációk	Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának feltételét. Ismerjen példákat a térbeli egybevágósági transzformációkra.
4.2.2 Hasonlósági transzformációk	Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció definícióját. Ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét, a tétel megfordítását és a párhuzamos szelőszakaszok tételét. Bizonyítsa és alkalmazza a belső szögfelező tételt.
4.2.3 Egyéb transzformációk	Ismerje és alkalmazza feladatokban a merőleges vetítést.
4.3.1.1 Háromszögek	Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket. Bizonyítsa a Pitagorasz-tétel megfordítását. Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a magasság- és a befogótételt.

4.3.1.2 Négyszögek	Bizonyítsa a húrnégyszögek és az érintőnégy- szögek tételét, ismerje a tételek megfordítását. Ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában.
4.3.1.4 Kör	Bizonyítsa, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint hogy a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak  Tudjon szöget mérni radiánban.  Bizonyítsa és alkalmazza feladatokban a kerü- leti és középponti szögek tételét és a kerületi szögek tételét.  Ismerje és használja a látókör fogalmát.  Bizonyítsa a Thalész-tétel megfordítását.
4.7 Kerület, terület	Bizonyítsa a háromszög területének kiszámítá- sára használt képleteket, továbbá ismerje és al- kalmazza az alábbi összefüggéseket: $t=sr$ (bizo- nyítással), .  Bizonyítsa nevezetes négyszögek és szabályos sokszögek területképleteit.

### A továbbhaladás feltételei az évfolyamon

A tizedik évfolyam érettségi előkészítőjén kapott érdemjegyek az alapórán szerzett jegyekkel együtt számítanak bele az értékelésbe, az óraszámok arányában. A továbbhaladás feltételeként az alapórán meghatározott az alapórán meghatározott feltételrendszer az irányadó.



## MATEMATIKA 11. ÉVFOLYAM

A matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A egyre hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A 11. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a trigonometria, és a koordinátageometria. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazzák matematikai tudásukat.

Szürke háttérrel a középszintű érettségi anyagán túl mutató ismeretek vannak szedve. Ezek feldolgozását a csoport haladási ütemének függvényében, kiegészítő anyagként lehet tervezni.

<b>Heti óraszám</b>	<b>4</b>
<b>Éves óraszám</b>	<b>144</b>

#### A témakörök áttekintő táblázata:

<b>Témakör neve</b>	<b>Óraszám</b>
Kombinatorika, gráfok	15
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	22
Exponenciális folyamatok vizsgálata	13
Trigonometria	30
Koordinátageometria	30
Leíró statisztika	15
Évfolyamdolgozatra való felkészítés, rendszerező összefoglalás	5
<b>Összes óraszám: 36x4</b>	144

## Kombinatorika, gráfok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Kombinatorikai feladatok megoldása a komplementer esetek meghatározásának segítségével

### FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése

## Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;

- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- A  $\sqrt{2}$  irracionálisának bizonyítása

#### FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról
- $\sqrt{n}$  hosszú szakasz szerkesztési eljárásának bemutatása

## Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 22 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza az  $n$ -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományos és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az  $n$ -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományos és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- A logaritmus azonosságai
- A logaritmus függvény ábrázolása, tulajdonságai
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

### FOGALMAK

$n$ -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- Annak bemutatása, hogy a logaritmus segítségével hogyan lehet számok szorzását számok összeadására visszavezetni

- A logaritmus-táblázat és a logarléc mint matematikatörténeti érdekességek megismertése

## Exponenciális folyamatok vizsgálata

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

### FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában

- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

## Trigonometria

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 25 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése

### FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
- Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
- A szögfüggvények szerepének bemutatása a harmonikus rezgőmozgást jellemző mennyiségekben

## Koordinátageometria

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 25 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján



- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete  $y = mx + b$  vagy  $x = c$  alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Vektorok skaláris szorzatának ismerete és alkalmazása
- Az egyenes egyenletének irányvektoros és normálvektoros alakja
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
- Kör adott pontjába húzható érintő egyenletének felírása

## FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

irányvektor, normálvektor, skaláris szorzat

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordináta geometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben
- Hétköznapi helyzetek, mozgások, tervrajzok modellezése koordináta-geometriai eszközökkel
- A skaláris szorzat előfordulásának megmutatása fizikai mennyiségeknél

## Leíró statisztika

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;

- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

#### **FOGALMAK**

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

### **Rendszerező összefoglalás**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

A tanévben tanult ismeretek áttekintése, ismétlés, rendszerezés..

### **A továbbhaladás feltételei az évfolyamon**

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.

- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, fogalmát feladatokban.
- Képes egyszerű statisztikai feladatok értelmezésére, diagramok készítésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját, alkalmazni tudja azokat derékszögű háromszögekben.

## MATEMATIKA 11. ÉVFOLYAM – EMELT SZINT

Az emelt szintre készülő diákok külön csoportban tanulják a matematikát. Tantervük a 11. évfolyam tantervére épül, azt kiegészítve az emelt szintű érettségi követelmények szerinti témakörökkel és tananyaggal. Az alaptantervben lévő témakörök közül itt szerepel a sorozatok, kiegészülve a sorok, határérték témákkal. **Az alaptantervhez képest lényeges új szemlélet minden témakörben a bizonyításokra épülő tananyag feldolgozás.**

Az emelt szint tartalmazza a középszint követelményeit, de az azonos módon megfogalmazott követelmények körében az emelt szinten nehezebb, több ötletet igénylő feladatok szerepelnek. Ezen túlmenően az emelt szint követelményei között speciális anyagrészek is találhatóak, mivel emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló diákok felkészítése történik

A matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésén alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A egyre hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A 11. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a trigonometria, és a koordinátageometria. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazzák matematikai tudásukat.

<b>Heti óraszám</b>	<b>7</b>
<b>Éves óraszám</b>	<b>252</b>

## A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Kombinatorika, gráfok	18
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	20
Hatvány, gyök, logaritmus, exponenciális és logaritmus függvény	36
Exponenciális folyamatok vizsgálata	18
Trigonometria	40
Koordinátageometria	40
Leíró statisztika	18
Sorozatok, sorok, határérték számítás	42
Rendszerező összefoglalás	20
<b>Összes óraszám: 36x7</b>	252

## Kombinatorika, gráfok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megold sorba rendezési és kiválasztási egyéb kombinatorikai feladatokat;
- a kedvező esetek számát meghatározza a komplementer esetek segítségével is;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat;
- tud konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével;
- ismeri és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, foksám, teljes gráf;
- ismeri a gráf pontjainak foksámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak foksámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Ismeri, bizonyítja és alkalmazza a permutációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket
- Ismeri és alkalmazza a binomiális tételt

- Ismeri a Pascal-háromszöget és alapvető tulajdonságait
- Definiálja a következő fogalmakat: többszörös él, hurokél, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, fa, komplementer gráf, izomorf gráf
- Ismerje a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést

## FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban; hurokél, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, fa; komplementer gráf, izomorf gráf, ismétléses és ismétlés nélküli kombinatorikai esetek;

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése
- Bizonyítások

## Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat;
- ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani;
- tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből 2-es alapú számrendszerbe és viszont. Ismerje a helyiértékes írásmódot;
- tudja definiálni a racionális és irracionális számokat, és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel.
-

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- Tudja megfogalmazni a számelmélet alaptételét. Bizonyítsa, hogy végtelen sok prímszám van
- Tudjon összetett oszthatósági feladatokat megoldani
- Tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát
- Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből  $n$  alapú ( $n < 9$ ) számrendszerbe és viszont
- Tudjon  $n$  alapú ( $n \leq 9$ ) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni.
- Adott  $n$  esetén tudja eldönteni, hogy  $\sqrt{n}$  irracionális szám-e. Bizonyítsa, hogy  $\sqrt{2}$  irracionális szám
- Tudja meghatározni tizedestört alakban megadott racionális szám közös nevező tört alakját

## FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról
- $\sqrt{n}$  hosszú szakasz szerkesztési eljárásának bemutatása
- Bizonyítások



## Hatvány, gyök, logaritmus, exponenciális és logaritmus függvény

JAVASOLT ÓRASZÁM: 36 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza az  $n$ -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományos és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli;
- definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait;
- áttér más alapú logaritmusra;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az  $n$ -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományos és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- A logaritmus azonosságai
- A logaritmus függvény ábrázolása, tulajdonságai
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása
- Ismeri a permanencia elvet
- Tudja szemléletesen értelmezni az irracionális kitevőjű hatványt
- Bizonyítja a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén
- Bizonyítja a négyzetgyökvonás azonosságait.
- Ismerje és alkalmazza a gyökvonás azonosságait
- Bizonyítja a szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságokat.
- Bizonyítja a más alapú logaritmusra való áttérés szabályát
- Ábrázolja az  $x \mapsto x^n$  ( $n \in \mathbf{N}^+$ ) és a  $x \mapsto \log_a x$  függvényt
- Ismeri az inverzfüggvény fogalmának szemléletes értelmezését az exponenciális és a logaritmus függvény esetében

## FOGALMAK

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- Annak bemutatása, hogy a logaritmus segítségével hogyan lehet számok szorzását számok összeadására visszavezetni
- A logaritmus-táblázat és a logarléc mint matematikatörténeti érdekességek megismertetése

## Exponenciális folyamatok vizsgálata

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális és logaritmikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Tud egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenleteket és egyenlőtlenségeket megoldani

## FOGALMAK

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

## Trigonometria

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 40 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- Ismerje a szögfüggvények általános definícióját, és alkalmazza forgásszögekre a közép-szinten szereplő összefüggéseket.
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét;
- ismeri a szögfüggvények általános definícióját;
- tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye;
- $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 1$ ;
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögek ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ) szögfüggvényeit;
- ismerje és alkalmazza feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel és cosinustétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket ( $\sin(\alpha + \beta)$ ,  $\cos(\alpha + \beta)$ ,  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\cos 2\alpha$ ,  $\operatorname{tg} 2\alpha$ )
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése

## FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
- Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
- A szögfüggvények szerepének bemutatása a harmonikus rezgőmozgást jellemző mennyiségekben

## Koordinátageometria

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 40 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
  - ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
  - alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
  - ismeri és alkalmazza a vektor  $90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátáit;
  - vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái;
  - skalárszorzat kiszámítása vektorok koordinátaiból;
  - megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
  - koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
  - koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
  - ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
  - egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
  - kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
  - kiszámítja kör és egyenes metszéspontját;
  - megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
  - felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
  - ismeri a parabolát jellemző paraméter, vezéregyenes, fókusz, tengely fogalmát;
  - felírja a parabola egyenletét a jellemző adatokból és viszont.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- A koordinátaikkal adott vektorok hajlásszöge
- Bizonyítja a skalárszorzat koordinátaiból való kiszámítására vonatkozó tételt
- Ismeri az egyértelmű vektorfelbontás tételét
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Igazolja a szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggéseket

- Tudja kiszámítani szakasz  $n$ :  $m$  arányú osztópontjának koordinátáit
- Igazolja a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést
- Egyenes egyenlete  $y = mx + b$  vagy  $x = c$  alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- Tudja levezetni az egyenes egyenletét a síkban különböző kiindulási adatokból
- Tudja síkbeli egyenesek hajlásszögét meghatározni
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Tudja levezetni a kör egyenletét
- Ismeri a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatát
- Tudja meghatározni két kör kölcsönös helyzetét, metszéspontjait
- Tudja felírni külső pontból húzott érintő egyenletét
- Vektorok skaláris szorzatának ismerete és alkalmazása
- Az egyenes egyenletének irányvektoros és normálvektoros alakja
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
- Kör adott pontjába húzható érintő egyenletének felírása
- Le tudja levezetni a parabola  $x^2 = 2py$  alakú egyenletét
- Tud feladatokat megoldani a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal
- Tudja meghatározni parabola és kör-egyenes kölcsönös helyzetét, metszéspontjait.

## FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, irányvektor, normálvektor, skaláris szorzat, parabola paramétere, tengelye, fókusza, érintője

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordináta geometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben
- Hétköznapi helyzetek, mozgások, tervrajzok modellezése koordináta-geometriai eszközökkel
- A skaláris szorzat előfordulásának megmutatása fizikai mennyiségeknél
- Kúpszeletek és kapcsolataik a csillagászati és geometriai optikai ismeretekkel – kiselőadás készítése

## Leíró statisztika

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: súlyozott számtani közép, átlagos abszolút eltérés.
- Tudjon választani az adathalmazt jól jellemző középértéket, és tudjon a választása mellett érvelni
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- Tudjon adathalmazokat összehasonlítani sodrófa-diagramok alapján.
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

### FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

## Sorozatok, sorok, határérték számítás

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 42 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat  $n$ -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első  $n$  tagjának összegét kiszámolja;
- tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az  $a_n$ -re, illetve az  $S_n$ -re vonatkozó összefüggéseket kell használni;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában;
- tudja a kamatos kamat számítására vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni;
- tud teljes indukcióval bizonyítani sorozatokra vonatkozó feladatokat;
- Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát. Ismerje a folytonosság szemléletes fogalmát.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az  $n$ -edik tag, az első  $n$  tag összege
- Mértani sorozat, az  $n$ -edik tag, az első  $n$  tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első  $n$  tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása
- Tudjon sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás)
- Ismerje a konvergencia szemléletes fogalmát
- Ismerje és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját
- Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket



- Bizonyítsa a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket, valamint az összegképleteket
- Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét
- Tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztőrészletet számolni
- Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát. Ismerje a folytonosság szemléletes fogalmát

## FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet, végtelen sor

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével
- Emelt szintű érettségi típusfeladatok megoldása

## A továbbhaladás feltételei az évfolyamon

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét. Képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.
- Jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, képes ennek segítségével gyakorlati sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldására.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait tetszőleges kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat.
- Képes megoldani exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket, egyenletrendszereket.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját, alkalmazni tudja azokat tetszőleges háromszögekben.
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására. Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerűbb feladatokban az addíciós összefüggéseket.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának és harmadolópontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Ismeri egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.

- Fel tudja írni a kör egyenletét.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes; két kör kölcsönös helyzetét.
- Ismeri és fel tudja írni a parabola egyenletét a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákra.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, fogalmát feladatokban.
- Képes egyszerű statisztikai feladatok értelmezésére, diagramok készítésére.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.

## MATEMATIKA 12. ÉVFOLYAM

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A 12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban is az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Továbbra is tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a a számtani és mértani sorozatok és a térgeometria. A statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban is lehetővé teszi, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

<b>Heti óraszám</b>	<b>5</b>
<b>Éves óraszám</b>	<b>150</b>

#### A témakörök áttekintő táblázata:

<b>Témakör neve</b>	<b>Óraszám</b>
Halmazok, matematikai logika	10
Sorozatok	25
Térgeometria	35
Valószínűség-számítás	25
Rendszerező összefoglalás	55
<b>Összes óraszám: 30x5</b>	150

### Halmazok, matematikai logika

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet.
- Ismeri az „és”, a „megengedő vagy” és a „kizáró vagy” logikai jelentését.
- Helyesen használja a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket.
- Meg tudja fogalmazni egy állítás megfordítását.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata

- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

## FOGALMAK

logikai műveletek

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

## Sorozatok

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 25 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat  $n$ -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első  $n$  tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az  $n$ -edik tag, az első  $n$  tag összege
- Mértani sorozat, az  $n$ -edik tag, az első  $n$  tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első  $n$  tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

## FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

## Térgeometria

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 35 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben

- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

## FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

## Valószínűség-számítás

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 25 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;

- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

#### FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

### Rendszerező összefoglalás

#### JAVASOLT ÓRASZÁM: 55 óra

A helyi tantervben feltüntetett óraszámban a négy év alatt tanultak ismétlése és rendszerezése történik, a csoport képességeinek és az érettségi követelményeinek, az érettségi feladatsorok formai-tartalmi tulajdonságainak figyelembevételével

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

Képes a konkrét feladatokban a matematikai probléma azonosítására és szintetizálására, a megfelelő matematikai ismeretek, szabályok, módszerek mozgósítására, kombinálására, alkalmazására, a feladatok több lépcsőn keresztül történő megoldására.



## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Érettségi típusú feladatok megoldása, vizsgahelyzet gyakorlása.

Az évfolyam tanulói az érettségi dolgozat mintájára a munkatervben meghatározott időpont (március végén, április elején) egységes 180 perces évfolyamdolgozatot írnak az Vizsga-és értékelési szabályzatban meghatározottak szerint. A dolgozatra való gyakorlás, ismétlés rendszeres megtervezése és tanmenetbe illesztése a szaktanár feladata.

### A továbbhaladás feltételei az évfolyamon

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezősz felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.

- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.

## MATEMATIKA 12. ÉVFOLYAM – EMELT SZINT

Az emelt szintre készülő diákok külön csoportban tanulják a matematikát. Tantervük a 11. évfolyam tantervére épül, azt kiegészítve az emelt szintű érettségi követelmények szerinti témakörökkel és tananyaggal. Az alaptantervben lévő témakörök közül itt szerepel a sorozatok, kiegészülve a sorok, határérték témákkal. **Az alaptantervhez képest lényeges új szemlélet minden témakörben a bizonyításokra épülő tananyag feldolgozás.**

Az emelt szint tartalmazza a középszint követelményeit, de az azonos módon megfogalmazott követelmények körében az emelt szinten nehezebb, több ötletet igénylő feladatok szerepelnek. Ezen túlmenően az emelt szint követelményei között speciális anyagrészek is találhatóak, mivel emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló diákok felkészítése történik

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulóknak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A 12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban is az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Továbbra is tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a számtani és mértani sorozatok és a térgeometria. A statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban is lehetővé teszi, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

<b>Heti óraszám</b>	<b>8</b>
<b>Éves óraszám</b>	<b>240</b>

#### A témakörök áttekintő táblázata:

<b>Témakör neve</b>	<b>Óraszám</b>
Halmazok, matematikai logika	20
Folytonosság, differenciálszámítás	40
Integrálszámítás	40
Térgeometria, geometriai bizonyítások	50
Valószínűség-számítás	30
Rendszerező összefoglalás	60
<b>Összes óraszám: 30x8</b>	<b>240</b>

## Halmazok, matematikai logika

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani;
- ismerje és alkalmazza a de Morgan azonosságokat.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok
- Tudja alkalmazni a logikai szita módszerét egyszerűbb esetekben.
- Ismer példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazzra.
- Ismeri a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját.
- Bizonyítja egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen.

### FOGALMAK

logikai műveletek, végtelen halmazok

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

## Folytonosság, differenciálszámítás

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 40 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megismeri a függvények vizsgálatának új módszerét;
- a függvény folytonossága és határértéke fogalmát;

- a differenciálszámítás módszereinek használatát a függvények lokális és globális ;
- tudja bizonyítani, hogy  $(x^n)' = nx^{n-1}$  ( $n \in \mathbb{N}$  esetén);
- ismeri a trigonometrikus függvények deriváltját a függvények tulajdonságainak vizsgálatára.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Ismerje az alapvető függvénytani fogalmak pontos definícióját.
- Ismerje és alkalmazza a függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának a fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát.
- Ismerje és alkalmazza az inverzfüggvény fogalmát.
- Ismerje az összetett függvény fogalmát, képzésének módját.
- Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:  $x \mapsto x^n$  ( $n \in \mathbb{N}^+$ ),  $x \mapsto |x|$ ,  $x \mapsto a/x$ ,  $x \mapsto \sin x$ ,  $x \mapsto \cos x$ ,  $x \mapsto \operatorname{tg} x$ ,  $x \mapsto \log_a x$ . Tudjon a felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni.
- Tudja ábrázolni az alapvető függvények transzformáltjainak grafikonját  $(c \cdot f(x+b)+d)$ , illetve  $c \cdot f(ax)+d$ .
- Tudjon egyszerű függvényeket jellemezni grafikon alapján értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték szempontjából.
- Tudja jellemezni a függvényeket periodicitás, paritás, korlátosság szempontjából.
- Tudja meghatározni a függvények tulajdonságait az alapfüggvények ismeretében, transzformációk segítségével.
- Tudjon másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatokat megoldani.
- A folytonosság definíciói
- Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai
- A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói, jelölések
- A függvénygörbe érintőjének iránytangense
- A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény
- Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között
- Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja, inverz függvény deriváltja
- Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény
- Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték
- A konvexitás definíciója
- Inflexió pont, a második derivált és a konvexitás kapcsolata

### FOGALMAK

Függvényfolytonosság, határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény, határérték, folytonosság, differenciálhányados.

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata
- Középértéktételek
- L'Hospital-szabály
- Konvexitás vizsgálata deriválással
- Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása

## Integrálszámítás

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 40 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait;
- ismeri a kétoldali közelítés módszerét,
- az integrálfüggvény fogalmát,
- a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt;
- tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti terület kiszámolni.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Függvény grafikonja alatti terület
- A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület
- Beírt és körülírt sokszögek területének összegzése
- A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat
- A határozott integrál és a terület kapcsolata
- A primitívfüggvény és a határozott integrál fogalma és tulajdonságai
- Alapintegrálok, az  $f(ax + b)$  és az  $f^n(x) \cdot f'(x)$  alakú függvények integrálása
- A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra

### FOGALMAK

Alsó és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Forgástest térfogata.

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Számítógépes szoftver használata
- Alsó és felső közelítő összegek számítása
- Matematikatörténeti vonatkozások
- Integrálási módszerek
- Fizikai kapcsolatok: egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka

## Térgeometria, geometriai bizonyítások

JAVASOLT ÓRASZÁM: 50 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket;
- ismer az integrálszámítás alkalmazását forgástestek térfogatára

Bizonyítja:

- a háromszög területének kiszámítására használt képleteket, továbbá ismerje és alkalmazza az alábbi összefüggéseket

$$t = sr \text{ és } = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

- a csonkagúla és a csonkakúp térfogatképletét
- a nevezetes négyszögek és szabályos sokszögek területképleteit
- a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket (körülrírt és beírt kör középpontja, magasságpont, súlypont, középvonal tulajdonságai)
- a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a magasság- és a befogótételt
- a húrnégyszögek és az érintőnégyszögek tételét, ismerje a tételek megfordítását
- a konvex sokszög átlóinak számára, valamint a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket
- a kerületi és középponti szögek tételét és a kerületi szögek tételét
- a Thalész-tételt és megfordítását



## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

## FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölddoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

## Valószínűség-számítás

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 30 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén;
- ismeri és alkalmazza a következő fogalmakat: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség;
- ismeri és alkalmazza a geometriai valószínűség modelljét;
- ismeri és alkalmazza a binomiális és hipergeometrikus eloszlást.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)
- Várható érték

### FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével

- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

## Rendszerező összefoglalás

### JAVASOLT ÓRASZÁM: 60 óra

A helyi tantervben feltüntetett óraszámában a négy év alatt tanultak ismétlése és rendszerezése történik, a csoport képességeinek és az emelt szintű érettségi követelményeinek, az érettségi feladatsorok formai-tartalmi tulajdonságainak figyelembevételével

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

Képes a konkrét feladatokban a matematikai probléma azonosítására és szintetizálására, a megfelelő matematikai ismeretek, szabályok, módszerek mozgósítására, kombinálására, alkalmazására, a feladatok több lépcsőn keresztül történő megoldására.

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Érettségi típusú feladatok megoldása, vizsgahelyzet gyakorlása.

## A továbbhaladás feltételei az évfolyamon

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a kijelentés (állítás, ítélet) fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Képes definíciókat és tételeket pontosan megfogalmazni.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani. Ismeri és alkalmazza a binomiális tételt.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni és feladatokat megoldani gráfok segítségével.
- Tud prímtényezősz felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.

- Képes abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket és egyenletrendszereket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével. Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerűbb feladatokban az addíciós összefüggéseket.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját.
- Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására, polinomfüggvények vizsgálatára.
- Ismeri folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz-tételt.